

NOTIZEN

Zur Bestimmung der Temperaturabhängigkeit der Zähigkeit eines Lichtbogenplasmas

J. UHLENBUSCH und L. DETLOFF

1. Physikalisches Institut der Technischen Hochschule Aachen
(Z. Naturforschg. 21 a, 843—845 [1966]; eingegangen am 7. April 1966)

Die Eigenschaften einer zylindersymmetrischen Bogenentladung unter Normaldruck mit überlagerter laminarer Strömung in Richtung der z -Achse lassen sich für die meisten Gase mit Hilfe der Grundgleichungen der Einflüssigkeitstheorie erfassen. Die durch diese Gleichungen gegebene Verknüpfung zwischen den Transportkoeffizienten (elektrische und thermische Leitfähigkeit, Zähigkeit) und direkt meßbaren integralen Bogengrößen (Gesamtstrom, Abstrahlung, Durchflußmenge) sowie der aus Messungen bekannten radialen Temperaturverteilung kann zur experimentellen Bestimmung der Transportkoeffizienten herangezogen werden, wie für die elektrische und thermische Leitfähigkeit früher gezeigt wurde¹⁻⁶. In der vorliegenden Arbeit wird eine Methode zur experimentellen Ermittlung der Zähigkeit beschrieben und auf ein Argonplasma praktisch angewandt.

Es wird im folgenden vorausgesetzt, daß die Orts- und Stromabhängigkeit der Temperatur $T(\varrho, I)$, die Druckgradienten $\partial p(I)/\partial z$ sowie die Durchflußmengen $Q_m(I)$ für einen hinreichend großen Stromstärkebereich gemessen sind. Weiter sei angenommen, daß die Masendichte ϱ_m der thermodynamischen Betrachtung entnommen werden darf. Die aufgeführten Größen sind dann durch die Beziehung

$$\frac{1}{\bar{\nu}(I)} = \frac{Q_m(I)}{\pi R^4 \cdot \partial p(I)/\partial z} = \int_0^1 \varrho_m(\varrho, I) \left(\int_1^{\varrho} \frac{t \, dt}{\eta(t, I)} \right) \varrho \, d\varrho, \quad (1)$$

die aus der Bewegungsgleichung leicht hergeleitet werden kann, miteinander verknüpft. $\bar{\nu}(I)$ ist die mittlere kinematische Zähigkeit, I der Bogenstrom, R der Bogenradius, $\varrho = r/R$ der normierte Abstand von der Bogenachse und η die Zähigkeit.

Die Integration in (1) ist in der Nähe von $\varrho = 1$ möglichst genau auszuführen, da diese Bereiche wegen der hohen Dichte und der verhältnismäßig niedrigen Zähigkeit sicher zum Integralwert beitragen. Zur Erzielung einer hinreichenden Genauigkeit wurde folgendermaßen verfahren:

Aus den Berechnungen des konvektionslosen Bogens^{4, 7} ist die radiale Verteilung der Wärmestromfunktion bekannt, ebenfalls ihre Temperaturabhängigkeit für höhere Temperaturen. Die Wärmestromfunktion S hängt mit der Wärmeleitfähigkeit κ nach der Formel

$$S(T) = \int_{T_w}^T \kappa(T) \, dT \quad (2)$$

zusammen, wobei T_w die Wandtemperatur ist. Für niedrige Temperaturen, die den Randwerten von S entsprechen, läßt sich die Wärmestromfunktion in der Form

$$S(T) = \int_{T_w}^T \kappa_I(T) \, dT \quad (T_w \leq T \leq T^*) \quad (3)$$

darstellen. Für höhere Temperaturen erhält man durch Aufspalten des Integrals

$$S(T) = \int_{T_w}^{T^*} \kappa_I(T) \, dT + \int_{T^*}^T \kappa_{II}(T) \, dT \quad (T^* \leq T), \quad (4)$$

d. h. die hier gewählte Form von S mit dem Wert $S = 0$ am Rande des Bogens ist wegen der unteren Grenze des Integrals für niedrige Temperaturen stark stromabhängig.

Der Wert von $\kappa_I(T)$ wird bis zu $T^* = 4000^\circ \text{K}$ der Erfahrung entnommen^{8, 9}, so daß auch für niedrige Temperaturen eine Zuordnung zwischen S und T möglich wird. Für höhere Temperaturen läßt sich nach den oben erwähnten Methoden¹⁻⁵ $S(T)$ experimentell finden. Die als Integrationsgrenze auftretende Wandtemperatur T_w hängt in guter Näherung mit der Bogenleistung $I \cdot E$ folgendermaßen zusammen:

$$T_w(I) = T_k + C \cdot I \cdot E(I), \quad (5)$$

wobei T_k die Temperatur des Kühlmittels ist und C sich mit Hilfe der Leistung ermitteln läßt, bei der die Bogenwandung schmilzt.

Zur Auflösung der Gl. (1) nach der Zähigkeit wird die Funktion $1/\eta(T)$ nach Potenzen von T entwickelt. Man erhält mit den unbekannten Koeffizienten A_ν

$$\frac{1}{\bar{\nu}(I)} = \sum_{\nu=0}^m A_\nu \int_0^1 \varrho_m(T) \left(\int_1^{\varrho} T^\nu t \, dt \right) \varrho \, d\varrho. \quad (6)$$

Die Integrale lassen sich für beliebiges ν ausrechnen, da nach (3) und (4) die Temperaturabhängigkeit der Wärmestromfunktion ermittelt werden kann und aus der bekannten radialen S -Verteilung die radiale Tem-

¹ H. MAECKER, Z. Phys. 158, 392 [1960].

² J. UHLENBUSCH, Z. Phys. 179, 347 [1964].

³ A. MONTERDE-GARCIA, Z. Phys. 181, 317 [1964].

⁴ J. UHLENBUSCH u. E. FISCHER, Proc. VII. Intern. Conf. on Ionization Phenomena in Gases, Belgrad 1965.

⁵ H. W. EMMONS, Techn. Report No. 23, Nat. Science Foundation Grant GK-65, Harvard University 1965.

⁶ H. MOTSCHMANN, Z. Phys. 191, 10 [1966].

⁷ J. UHLENBUSCH, Report GTM 104, 1. Physikalisches Institut der Techn. Hochschule Aachen.

⁸ J. HILSENATH et al., Tables of Thermodynamic and Transport Properties, Pergamon Press, Oxford 1960.

⁹ I. AMDUR u. E. A. MASON, Phys. Fluids 1, 370 [1958].



peraturverteilung folgt. Die mittlere kinematische Zähigkeit $\bar{\nu}$ in Abhängigkeit vom Bogenstrom ist einer Messung zugänglich, und die Koeffizienten A_i müssen so bestimmt werden, daß im quadratischen Mittel Gl. (6) erfüllt ist.

Das Verfahren läßt sich im Hinblick auf die experimentelle Seite des Problems dahingehend verbessern, daß nur das Verhältnis der Durchflußmengen in die Rechnung eingeht. Wie man aus Formel (1) ersieht, muß in diesem Fall für niedrige Temperaturen die Zähigkeit als bekannt vorausgesetzt werden.

Temperaturmessungen^{5, 10, 11}, Strom-Spannungs-Charakteristiken^{1, 5, 10, 12, 13}, Strahlungscharakteristiken^{1, 5, 12, 13} und die mittlere kinematische Zähigkeit¹² in Argonbögen mit unterschiedlichem Durchmesser werden zur Ermittlung der Zähigkeit herangezogen. Abb. 1

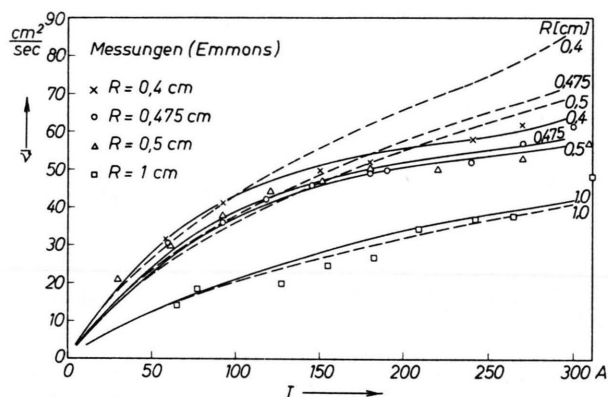


Abb. 1. Stromabhängigkeit der mittleren kinematischen Zähigkeit $\bar{\nu}$ in einem Argonbogen unter Normaldruck für verschiedene Bogen Durchmesser. — η aus der exakten Lösung des inversen Problems, — — — η nach der CHAPMAN-ENSKOG-HIRSCHFELDER-Methode.

zeigt Meßergebnisse der mittleren kinematischen Zähigkeit (nach¹²) in einem mit Argon betriebenen Kaskadenbogen für verschiedene Bogen Durchmesser. Da für kleine Stromstärken (kleine Temperaturen) keine Meßwerte der mittleren kinematischen Zähigkeit vorliegen, wurden diese Werte nach Formel (1) mit den für niedrige Temperaturen aus der Theorie folgenden und experimentell sichergestellten Werten^{9, 14} ergänzt.

In Abb. 2 ist die Funktion $\eta(T)$ dargestellt, die natürlich für niedrige Temperaturen in die theoretischen Zähigkeitswerte einmündet. Die Berechnung der Zähigkeit wurde unter Zugrundelegung der für verschiedene Bogenradien gemessenen mittleren kinematischen Zähigkeit durchgeführt. Wenn man zusätzlich noch den Wert m aus Gl. (6) innerhalb eines sinnvollen Intervalls variiert, so erhält man die gemittelten Zähigkeitswerte aus Abb. 2.

Die aus der kinetischen Gastheorie abgeleiteten Zähigkeitswerte^{8, 13} weichen von den auf Experimenten basierenden Ergebnissen ab, wie Abb. 1 zeigt. Wir führen diese Abweichung darauf zurück, daß die in die gaskinetischen Rechnungen eingehenden Wirkungsquerschnitte in dem hier interessierenden Temperaturintervall zum Teil nur qualitativ bekannt sind.

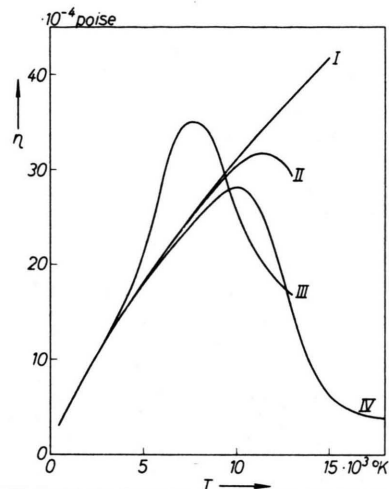


Abb. 2. Die Funktion $\eta(T)$ in einem Argonbogen unter Normaldruck. Kurve I nach AMDUR und MASON⁹, Kurve II: CHAPMAN-ENSKOG-HIRSCHFELDER-Methode, Kurve III: exakte Lösung des inversen Problems, Kurve IV: nach De Voto¹⁴.

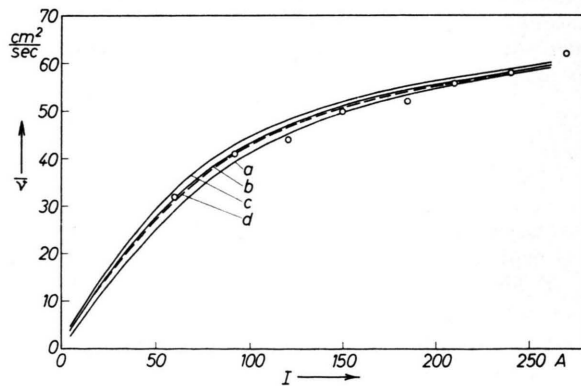


Abb. 3. Stromabhängigkeit der mittleren kinematischen Zähigkeit $\bar{\nu}$ in einem Argonbogen unter Normaldruck ($R=0,4$ cm) bei verschiedenen Wandtemperaturen. Kurve a: $T_k=300$ °K, Kurve b: $T_k=500$ °K, Kurve c: $T_k=700$ °K, Kurve d: $T_w=500$ °K (const). o Meßwerte für $R=0,395$ cm nach EMMONS¹².

¹⁰ A. E. SHEINDLIN u. E. I. ASINOWSKII, Proc. VI. Intern. Conf. on Ionization Phenomena in Gases, Paris 1963.

¹¹ K. SCHLÜTER, Z. Astrophys. 56, 43 [1962].

¹² H. W. EMMONS u. R. I. LAND, Phys. Fluids 5, 1489 [1962].

¹³ G. MARLOTTE, R. HARDER u. W. PRICHARD, EOS-Report 2181-IR-2.

¹⁴ R. S. DE VOTO, Report SUDAER No. 217, Department of Aeronautics and Astronautics, Stanford University 1965.

Da zwischen der Durchflußmenge und dem Druckgradienten nach ¹² ein linearer Zusammenhang besteht, scheint der Einfluß der Turbulenz auf unsere Ergebnisse nur gering zu sein.

Die Frage, wie stark die nur ungenau bekannte Wandtemperatur unsere Ergebnisse beeinflusst, wurde dadurch beantwortet, daß einmal nach Formel (5) mit drei verschiedenen T_w -Werten gerechnet wurde, zum anderen T_w für alle Stromstärken konstant gesetzt wurde. Die Ergebnisse sind in Abb. 3 wiedergegeben. Die Abhängigkeit der mittleren kinematischen Zähig-

keit von der Wandtemperatur nimmt wie erwartet mit zunehmendem Bogenstrom ab. Die berechneten mittleren kinematischen Zähigkeitswerte, die verschiedenen Wandtemperaturen zugeordnet sind, liegen innerhalb der Meßgenauigkeit.

Wir danken dem Rechenzentrum der Universität Bonn für die Bereitstellung von Rechenzeit auf der IBM 7090 und den Herren H. KRINGS und A. ZIMMERMANN für ihre Hilfe bei der Programmierung.

Non-Local Shell Model Parameters for Nuclear Bound States

W. ULRICI and G. SÜSSMANN

Institut für Theoretische Physik, Frankfurt a. M., Germany

(Z. Naturforschg. **21 a**, 845—846 [1966]; received 21 May 1966)

By fitting shell model parameters to the mass defects of the nuclei the model is found to be strongly non-local, $\beta = 1.30 \dots 1.50$ fm, $V_0 = 120 \dots 150$ MeV.

We made the attempt to determine the parameters of a non-local shell model by fitting the binding energies of the protons and the charge radius of the nucleus, together with its mass defect. The latter has been strongly underestimated in calculations using a local shell model. The model is the same as in ¹.

From the charge distribution

$$\varrho(r) = \frac{1}{4\pi} \sum_{\text{proton levels}} n_i \psi_i(r)^2,$$

n_i being the number of nucleons in the i -th level ε_i , ψ_i the corresponding radial wave function, we get the equivalent radius

$$r_{\text{eq}} = \sqrt{\frac{5}{3}} \left[\frac{4\pi}{Z} \int_0^\infty dr r^4 \varrho(r) \right]^{1/2} \cdot A^{-1/3}.$$

The mass defect is obtained from the formula

$$D = -\frac{1}{2} \sum_{\text{all nucleon levels}} n_i (\varepsilon_i + t_i);$$

$$t_i \equiv \langle i | t | i \rangle = \frac{\hbar^2}{2m} \int_0^\infty dr [l_i(l_i+1) \psi_i(r)^2 + r^2 \psi_i'(r)^2]$$

is the mean value of the kinetic energy in the single particle state i .

The medium weight and heavy nuclei the equivalent radii of which are known from electron scattering

experiments ² are ³²S, ⁴⁰Ca, ⁵¹V, ⁵⁹Co, ¹¹⁵In, ¹²¹, ¹²³Sb, ¹⁹⁷Au, ²⁰⁸Pb, and ²⁰⁹Bi. We know their mass defects ³, and for $A < 60$ the binding energies of the 2s protons are determined by (p,2p)-experiments ⁴. For the other nuclei we estimated the magnitude of the binding energy of the last proton from its separation energy. The last information is given only for odd- A nuclei, therefore we have not studied ²⁰⁸Pb.

In order to fit the experimental values we had to determine six parameters: V_0 , σ , τ , β , r_0 , and a . The spin-orbit coupling constant σ was roughly fixed to 0.55 from the splitting of the d-levels in ⁴⁰Ca. A variation of σ has approximately no effect on the values of the mass defect and of the equivalent radius. The isospin parameter τ was kept ¹ equal to 2. The parameters V_0 , β , and r_0 were determined for several a , and it turned out that if a was too high or too low, the position of the d-center relative to the s-level in ⁴⁰Ca or the level order versus mass number for ¹²¹Sb and ¹²³Sb was wrong. Thus we chose a to be about 0.65 to 0.70 fm; this choice agrees with fits to nucleon-nucleus scattering ⁵.

This method did not work for ⁵¹V and ⁵⁹Co: with $a = 0.65$ fm, the radius parameter r_0 went to 0.90 fm. Thus we tried it the other way round and determined a , β , and V_0 for $r_0 = 1.07$ fm ($= r_0$ of the charge distribution). We do not think this had much success.

The results are given in table 1.

Compared with the parameters found in optical model studies ⁵ ($\beta = 0.85$ fm, $V_0 = 71$ MeV) our values essentially indicate a remarkably larger non-locality β of 1.30 to 1.50 fm and correlated with it a potential depth of 110 to 140 MeV. These parameters are consistent with those determined in a similar attempt ⁶, using the equivalent radii, the proton knock-out reaction data, and the electron scattering results for light and medium weight nuclei as the data to be fitted.

Our values need not be a concentration to the optical model parameters: they indicate a certain dependence of β on the energy. In Fig. 1 we see the energy dependence of the equivalent local potential ^{5,7} using

¹ H. MELDNER, G. SÜSSMANN, and W. ULRICI, Z. Naturforschg. **20 a**, 1217 [1965].

² R. HOFSTADTER, Rev. Mod. Phys. **28**, 214 [1956].

³ J. H. E. MATTAUCH, W. THIELE, and A. H. WAPSTRA, Nucl. Phys. **67**, 1 [1965].

⁴ M. RIOU, Rev. Mod. Phys. **37**, 375 [1965].

⁵ F. PEREY and B. BUCK, Nucl. Phys. **32**, 353 [1962].

⁶ A. SWIFT and L. R. B. ELTON, to be published, and L. R. B. ELTON, private communication.

⁷ W. E. FRAHN, Nucl. Phys. **66**, 358 [1965].